



Nom :

Prénom :

Groupe :

Electrocinétique 2

TRAVAUX DIRIGES

Année universitaire 2008-2009

SOMMAIRE

I.	REGIME SINUSOÏDAL	2
II.	DIPOLÉS PASSIFS EN REGIME SINUSOÏDAL	4
III.	METHODES D'ANALYSE DES RESEAUX LINEAIRES EN REGIME SINUSOÏDAL	9
IV.	PUISSANCE EN REGIME SINUSOÏDAL	15
V.	REGIMES TRANSITOIRES	19

I –OUTILS MATHÉMATIQUES EN RÉGIME SINUSOÏDAL

Notations utilisées

Grandeur	Valeur instantanée	Expression cissoïdale	Module ou amplitude	Valeur efficace	Valeur moyenne
Tension	$v(t)$ ou v	\underline{V}	\hat{V}	V_{eff} ou V	\bar{v}
Courant	$i(t)$ ou i	\underline{I}	\hat{I}	I_{eff} ou I	\bar{i}
Impédance		\underline{Z}	Z		

1 - Module et argument des nombres complexes

Exprimer et calculer le module et l'argument (en radians) des nombres complexes suivants.

- a) $2 + 3j$
- b) $-2 - 3j$
- c) $-2 + 3j$
- d) $2 - 3j$
- e) $(2 + 3j)(-4 + 2j)$
- f) $\frac{1}{-1 + j}$
- g) $\frac{2 + j}{-1 - 4j}$

2 - Égalité entre nombres complexes

Donner les conditions qui satisfont aux égalités suivantes : (x , y , a , b , ρ , et α sont des réels positifs)

- a) $x + jy = a + jb$
- b) $\rho e^{j\theta} = \alpha e^{j\phi}$
- c) $x + jy = \rho e^{j\theta}$

3 - Représentation de Fresnel et nombres complexes

On considère les courants dans trois branches telles que :

$$i_1(t) = 2 \cos(100\pi t)$$

$$i_2(t) = 3 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$$

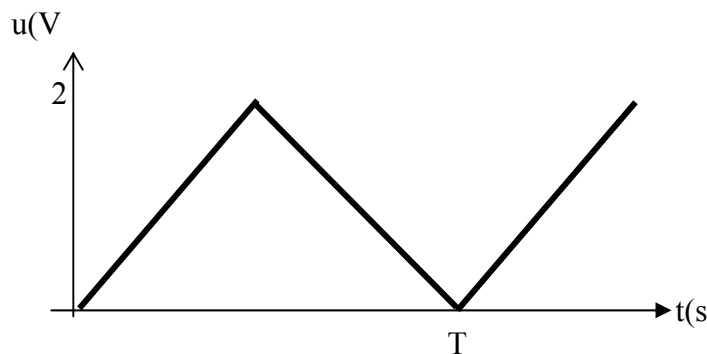
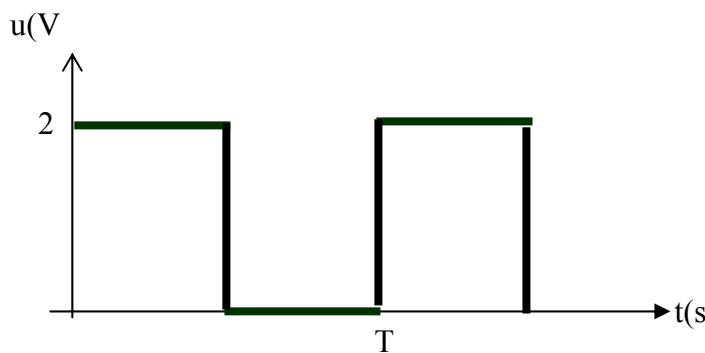
$$i_3(t) = 2 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

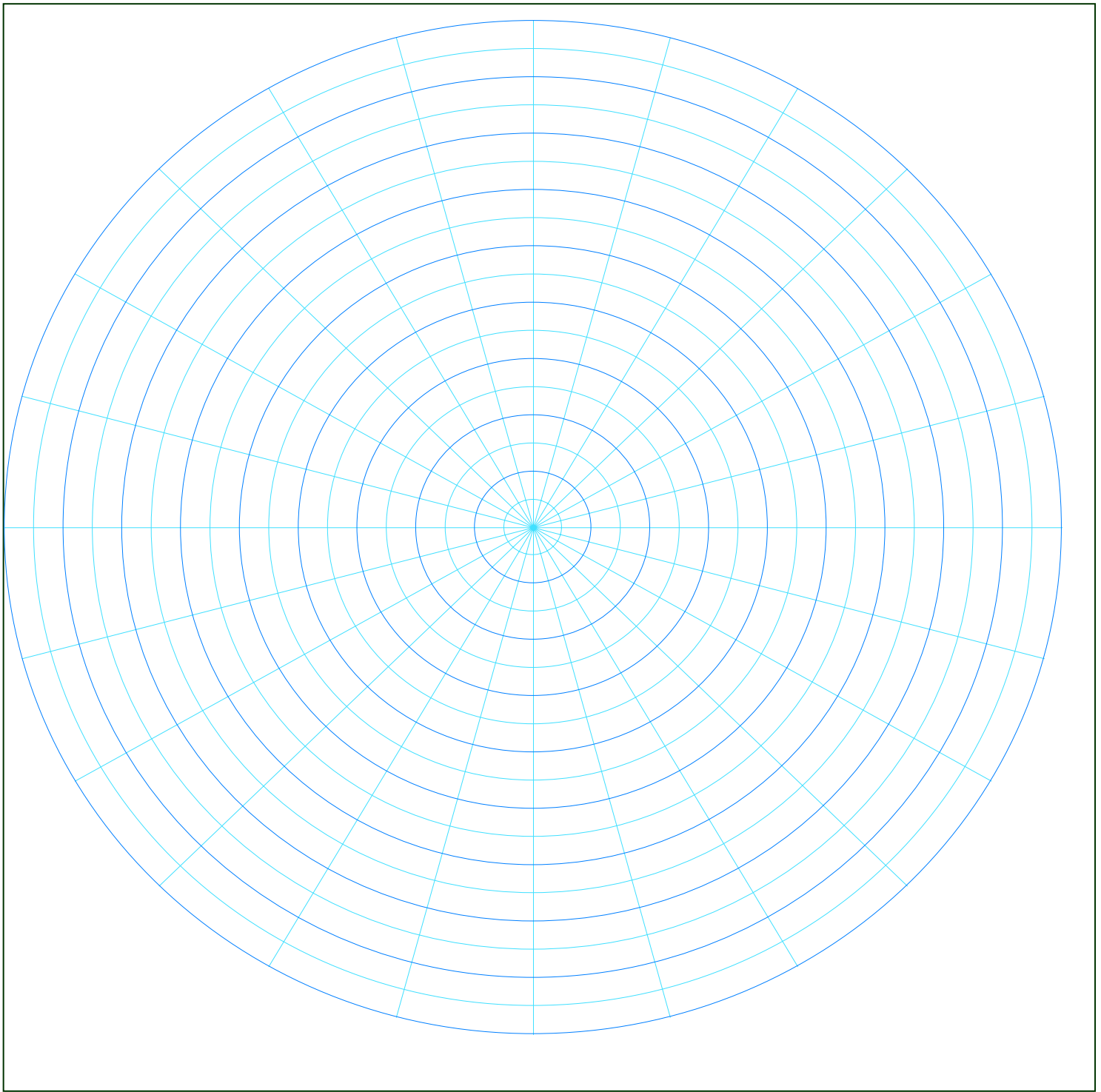
Ces courants sont exprimés en ampères quand « t » est en secondes. La loi des nœuds appliquée à tout instant « t » donne $i(t) = i_1(t) + i_2(t) + i_3(t)$.

1. Représenter les vecteurs de Fresnel associés à ces trois courants, et en déduire l'amplitude de i , sa valeur efficace et son déphasage par rapport à i_1 .
2. Donner l'expression des nombres complexes associés à i_1 , i_2 et i_3 ; en déduire le nombre complexe associé à i , et vérifier la cohérence avec le résultat obtenu vectoriellement.

4 - Valeurs moyennes et valeurs efficaces

Déterminer la valeur moyenne et la valeur efficace des signaux suivants de fréquence 50 Hz. Calculer leur période.

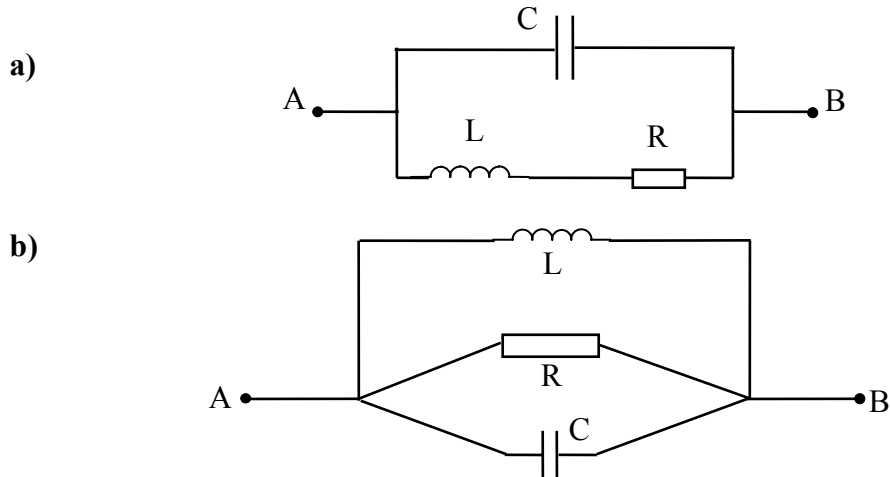




II – DIPOLES PASSIFS EN REGIME SINUSOÏDAL

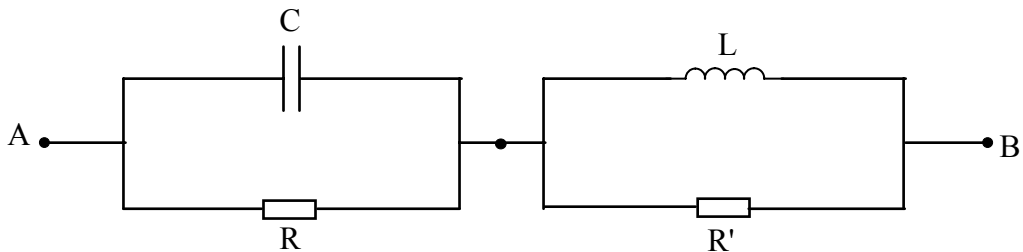
1 - Impédances complexes

Exprimer le module et l'argument des impédances complexes des dipôles AB suivants.



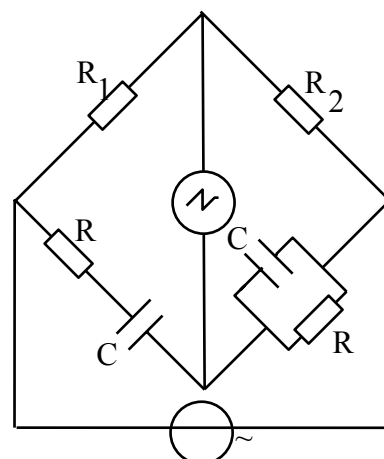
2 - Association d'impédances

Dans le montage suivant, exprimer l'impédance du dipôle AB ; donner la condition pour qu'elle soit indépendante de ω (valeur constante quand $\omega \rightarrow 0$ et $\omega \rightarrow \infty$).



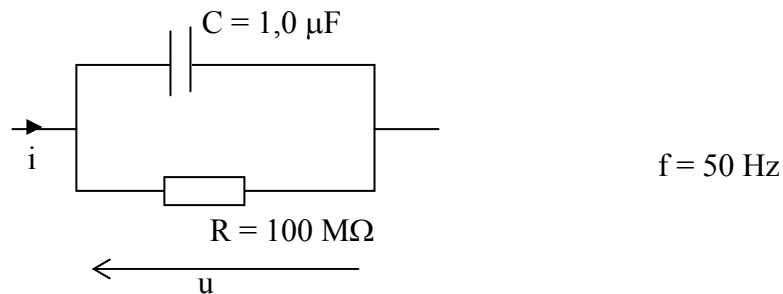
3 - Equilibre d'un pont

Trouver les conditions qui donnent l'équilibre du pont suivant :



4 - Condensateur réel

Un condensateur réel est modélisé, en basses fréquences ($f \leq 10$ kHz) par l'association d'un condensateur idéal de capacité C , et d'une résistance d'isolement R branchée en parallèle.



1. Exprimer littéralement puis numériquement son admittance complexe \underline{Y} .

2. Calculer sa tangente de pertes $\tan \delta$, définie pour $\underline{Y} = G + jB$ par $\tan \delta = \frac{G}{|B|}$.

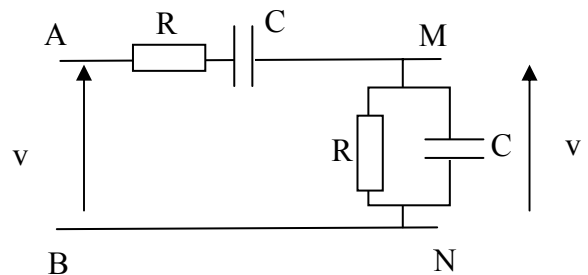
Conclusion : que peut-on dire de ce condensateur réel ?

3. Calculer la valeur efficace du courant i quand $u = \hat{U} \cos \omega t$, avec $\hat{U} = 10$ V.

4. Calculer le déphasage de i par rapport à u .

5 - Pont de Wien

La figure ci-contre représente un pont de Wien ; Il est alimenté par une source idéale de tension entre A et B, et relié à une charge éventuelle Z_L entre M et N. Il peut être étudié comme un quadripôle ABMN.



1. Exprimer l'impédance d'entrée \underline{Z}_{AB} vue par le générateur quand le quadripôle n'est pas chargé. Calculer son module et son argument pour $R = 1,0$ k Ω , $C = 1,0$ μ F et $f = 1,0$ kHz.

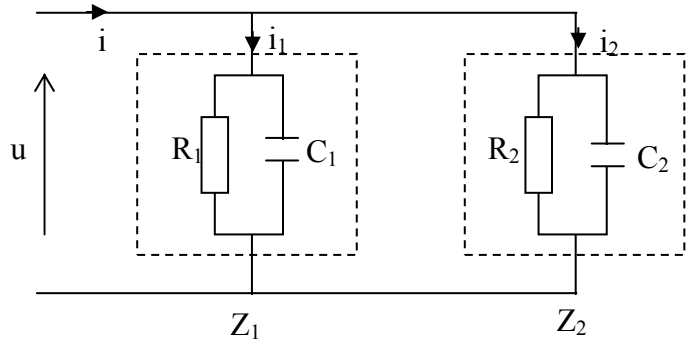
2. Exprimer le rapport $\frac{V_s}{V_e}$; calculer le rapport des amplitudes $\frac{\hat{V}_s}{\hat{V}_e}$ et le déphasage de v_s par rapport à v_e quand le quadripôle est à vide.

3. Ces valeurs sont-elles modifiées si le quadripôle est chargé par une impédance \underline{Z}_L ?

III – METHODES D'ANALYSE DES RESEAUX LINEAIRES EN REGIME SINUSOÏDAL

1 - Diviseur de courant indépendant de la fréquence

Le courant i fourni par une source de courant à un condensateur réel, d'impédance Z_1 , est trop important. Un diviseur de courant est réalisé à l'aide d'un deuxième condensateur réel d'impédance Z_2 monté en parallèle avec le premier.

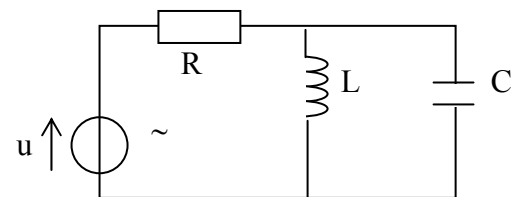


1. Exprimer le coefficient d'atténuation en courant $\frac{I_1}{I}$ sous forme complexe.

2. Le condensateur d'impédance Z_1 étant connu (R_1 et C_1), déterminer les valeurs de R_2 et C_2 pour que le coefficient d'atténuation en courant égal à une constante k fixée ($k = 5\%$).

2 - Diviseur de tension

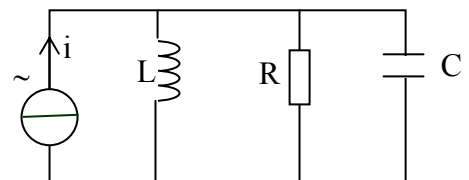
Exprimer la tension efficace aux bornes de la bobine en fonction de la tension efficace U_{eff} aux bornes de la source idéale de tension.



Application numérique : $L = 10 \text{ mH}$; $C = 10 \text{ }\mu\text{F}$; $f = 500 \text{ Hz}$; $R = 1,0 \text{ k}\Omega$

3 - Circuit RLC parallèle

On réalise un circuit RLC parallèle en associant en parallèle un condensateur idéal de capacité C , une bobine idéale d'inductance L et une résistance R , que l'on alimente par une source idéale de courant i .



1. Exprimer en notation complexe les courants dans chaque dipôle en fonction des données.

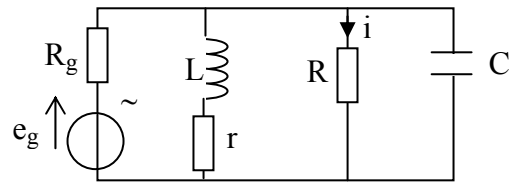
2. Exprimer leur valeur efficace et leur déphasage par rapport à i (avec $LC\omega^2 < 1$).

3. Qu'observe-t-on pour $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$?

4 - Méthodes d'analyse

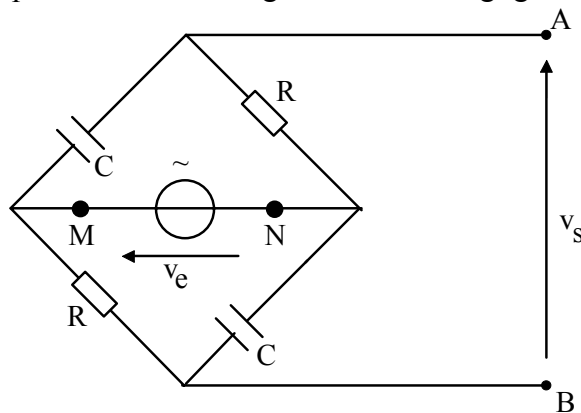
On donne pour le circuit suivant : $e_g = \hat{E} \cos \omega t$; $\hat{E} = 10 \text{ V}$; $f = 50 \text{ Hz}$; $R_g = 50 \Omega$; $L = 0,20 \text{ H}$; $r = 12 \Omega$; $R = 100 \Omega$ et $C = 1,0 \mu\text{F}$.

Calculer, par la méthode de votre choix, le courant i dans R : donner sa valeur efficace et son déphasage par rapport à e_g .



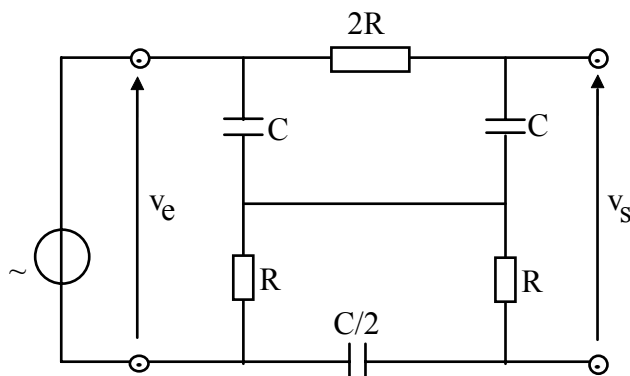
5 - Générateur de Thévenin équivalent

Une tension $v_e = \hat{V} \cos \omega t$ est appliquée entre les bornes d'entrée M et N du circuit ci-dessous. L'impédance interne du générateur est négligeable.



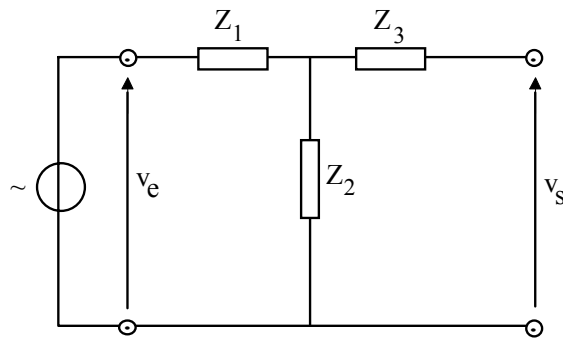
1. Déterminer le générateur équivalent de Thévenin de ce montage entre les bornes A et B.
2. Exprimer la valeur efficace du courant qui circulerait dans une bobine d'inductance L branchée entre A et B. La calculer pour : $R = 100 \Omega$, $C = 1,00 \mu\text{F}$, $V_e = 10,0 \text{ V}$ et $L = 50,0 \text{ mH}$, la fréquence étant 50 Hz .
3. Exprimer la condition d'équilibre de ce pont : conclusion ?

6 - Théorème de Kennely

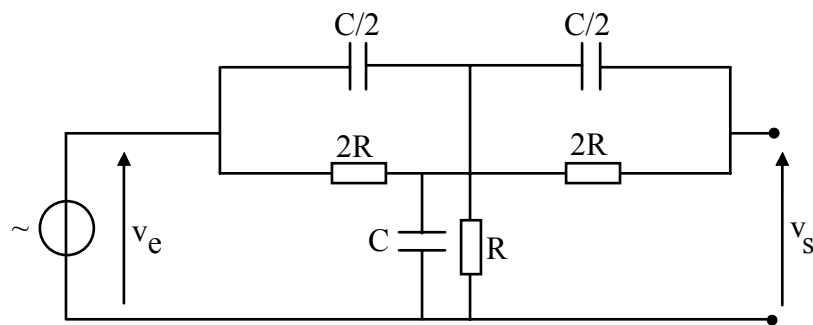


Lorsqu'une tension v_e est appliquée à l'entrée du quadripôle schématisé ci-contre, une tension v_s est mesurée en circuit ouvert à la sortie.

1. En supposant la tension d'entrée sinusoïdale, donner l'équivalent en té du quadripôle.

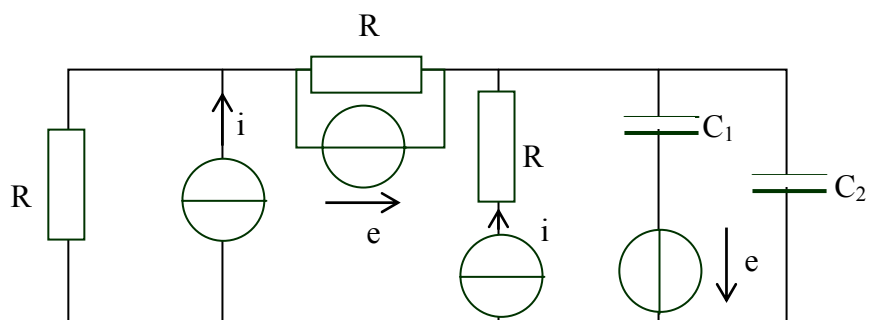


2. Que devient-il quand la tension d'entrée est continue ?
3. Calculer le rapport des tensions efficaces $\frac{V_s}{V_e}$.
4. Calculer le déphasage de la tension de sortie par rapport à la tension d'entrée
5. Démontrer que le "double-té" suivant est équivalent au quadripôle ci-dessus.



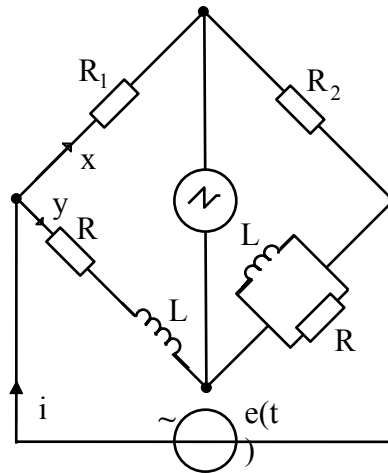
7 - Méthodes d'analyse

Déterminer, par la méthode de votre choix l'expression littérale du courant dans le condensateur C_2 .



8 - Etude d'un pont en régime sinusoïdal

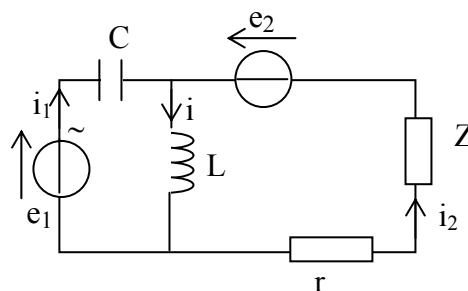
1. Quelles sont les conditions d'équilibre du pont suivant ?
2. La tension d'alimentation du pont $e(t) = \hat{E} \cos \omega t$, a une valeur efficace $E = 24,0 \text{ V}$. Calculer, le pont étant supposé équilibré, la valeur efficace, la phase et la fréquence des courants x et y sachant que $R_1 = R = 330 \Omega$, $L = 1,00 \text{ H}$.
3. Trouver la valeur efficace, la phase et la fréquence du courant i fourni par le générateur.



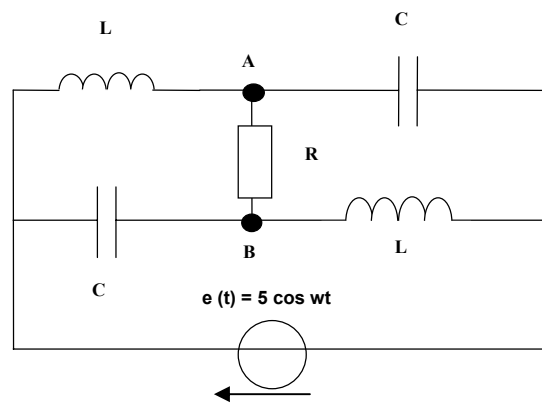
9 - Méthodes d'analyse

Le circuit ci-dessous comporte deux sources idéales de tension sinusoïdale fournissant les signaux $e_1(t) = E\sqrt{2} \cos \omega t$ et $e_2(t) = \frac{E}{2}\sqrt{2} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$. Les composants vérifient les relations : $L\omega = 3r$ et $\frac{1}{C\omega} = 5r$. L'expression de l'impédance complexe \underline{Z} est : $\underline{Z} = r(1-6j)$ avec $r = 1,0 \text{ k}\Omega$ et $E = 10 \text{ V}$.

Déterminer par la méthode de votre choix le courant i dans la bobine (valeur efficace et déphasage par rapport à e_1).



10 - Méthodes d'analyse

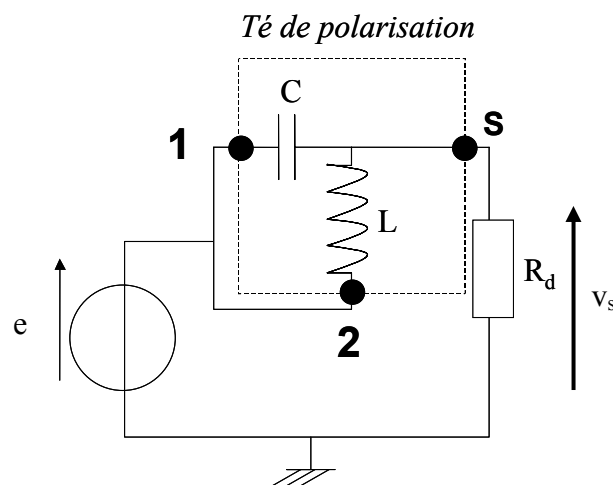


1. Déterminer l'expression littérale complexe du courant i_{AB} circulant dans la résistance R branchée entre A et B (le circuit est alimenté en régime sinusoïdal permanent par la source idéale de tension e).
2. On choisit la fréquence et les valeurs de C et de L telle que $LC\omega^2 = 2$ et $L\omega = 5,0 \Omega$; calculer la valeur efficace et le déphasage par rapport à e du courant i_{AB} circulant dans la résistance $R = 10 \Omega$.
3. Donner l'expression numérique réelle du courant $i_{AB}(t)$.

11 - Té de polarisation

Un Té de polarisation est un tripôle (bornes 1, 2 et S) constitué par l'association d'un condensateur et d'une inductance.

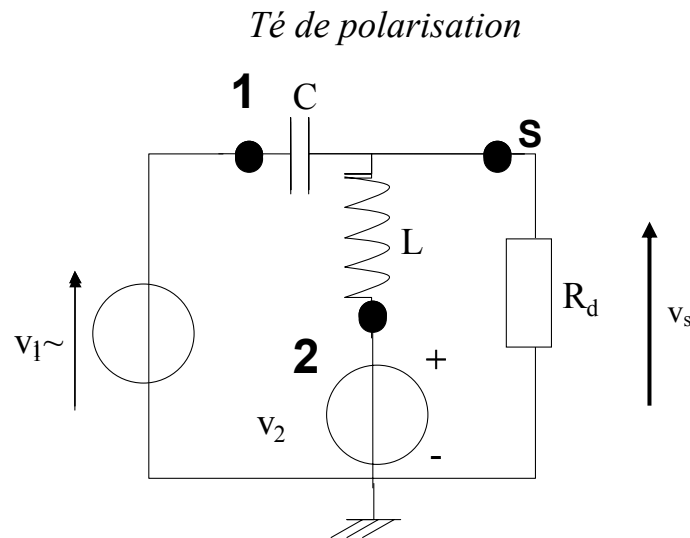
Il est branché comme indiqué dans le circuit suivant ; on appellera E_g la tension efficace du générateur de tension supposé idéal, et ω sa pulsation.



1. A l'aide du théorème de Millman, donner l'expression littérale complexe de la tension de sortie v_s en S.

2. Qu'observe-t-on pour v_s quand ω tend vers 0 et quand ω tend vers l'infini ?

On réalise maintenant le montage suivant avec 2 générateurs de tension idéaux : le générateur idéal de tension continue v_2 (donc de fréquence nulle) branché entre la borne 2 et la masse, et le générateur de tension sinusoïdale v_1 de fréquence f_1 (pulsation ω_1) branché entre la borne 1 et la masse.



Pour calculer $v_s(t)$, on considèrera le générateur de tension continue v_2 comme un générateur de tension sinusoïdale dont la pulsation ω_2 tend vers 0. On n'oubliera pas que les générateurs n'ont pas la même fréquence et que les impédances vues par les sources de fréquences différentes ne sont pas identiques.

3. A l'aide du théorème de superposition, exprimer la tension de sortie \underline{V}_{S1} en fonction de L , C , ω_1 , R_d , et V_1 , lorsque le générateur 1 est allumé seul.
4. Faire l'application numérique et déterminer l'expression $v_{S1}(t)$.
5. Exprimer la tension de sortie V_{S2} en fonction de L , C , R_d , et V_2 , lorsque le générateur 2 est allumé seul.
6. Faire l'application numérique puis déterminer l'expression $v_{S2}(t)$.
7. En déduire la tension $v_s(t)$ lorsque les deux générateurs sont allumés.

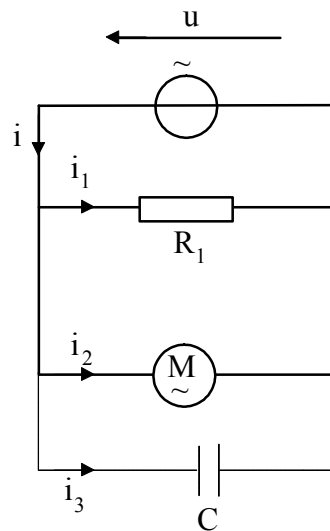
A.N : $L = 4,70 \text{ mF}$ $C = 2,2 \text{ } \mu\text{F}$ $R_d = 50 \text{ } \Omega$ $f_1 = 5,0 \text{ MHz}$ $V_1 = 0,50 \text{ V}$ $V_2 = 2,0 \text{ V}$

IV – PUISSANCE EN REGIME SINUSOÏDAL

1 - Facteur de puissance

Une installation électrique fonctionne sous une tension sinusoïdale de fréquence 50 Hz et de valeur efficace 230 V.

Elle se compose d'un appareil de chauffage (résistance pure) consommant une puissance $P_1 = 0,50$ kW, branché en parallèle sur un moteur M consommant une puissance $P_2 = 1,0$ kW et dont le facteur de puissance est $\cos \phi_2 = 0,60$.



1. Calculer les intensités efficaces I_1 , I_2 et I puis le facteur de puissance de l'installation.
2. On adjoint un condensateur en dérivation pour obtenir un facteur de puissance égal à l'unité. Quelle est la valeur de cette capacité ?

2 - Pertes en ligne

Un moteur de puissance $P = 10$ kW, et de facteur de puissance $\cos \phi = 0,7$ est alimenté sous 230V efficaces. La mise en parallèle d'une capacité permet de relever le facteur de puissance à l'unité.

1. Calculer les intensités efficaces I et I' dans le circuit d'alimentation de l'installation, avant et après relèvement du facteur de puissance. En déduire la diminution relative de la consommation en intensité $\frac{\Delta I}{I} = \frac{I - I'}{I}$.
2. En déduire l'économie relative $\frac{\Delta P_J}{P_J}$ sur la puissance dissipée par effet Joule dans la ligne d'alimentation de l'installation, de résistance équivalente r .

3 - Facteur de puissance

Un moteur fonctionne sous une tension efficace $U = 20 \text{ V}$, de fréquence $f = 50 \text{ Hz}$. Il est modélisé par une inductance L en série avec une résistance $R = 3,0 \Omega$. La valeur efficace du courant dans le moteur est $I = 4,0 \text{ A}$.

1. Calculer L , et en déduire l'expression numérique de l'impédance complexe du moteur.
2. Exprimer et calculer les puissances active et réactive qu'il échange.
3. On place en parallèle avec le moteur deux ampoules consommant chacune une puissance de 8 W . Quel est le facteur de puissance du montage ?

4 - Amélioration du facteur de puissance

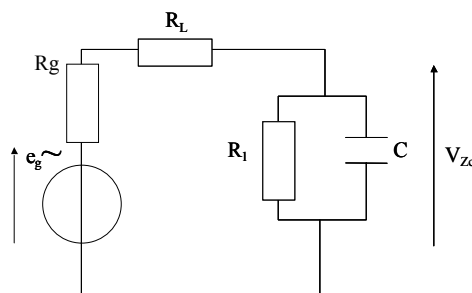
Une installation comporte, associés en parallèle, 10 lampes de puissance 100 W chacune, un moteur de puissance $P_1 = 4,0 \text{ kW}$ et de $\cos \varphi_1 = 0,80$, un moteur de puissance $P_2 = 6,0 \text{ kW}$ et de $\cos \varphi_2 = 0,70$.

1. Calculer le facteur de puissance de l'installation.
2. Sachant que l'installation est alimentée sous 230 V efficaces, déterminer l'intensité efficace du courant dans la ligne d'alimentation de l'installation.
3. Calculer cette intensité après relèvement du facteur de puissance de l'installation à l'unité.

5 - Adaptation d'impédance et puissance

On branche sur le secteur ($V_{\text{eff}} = 230 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$) une charge réactive d'impédance $\underline{Z}_c = a - jb$ (où a et b sont des réels positifs) constituée par l'association en parallèle de R_1 et C . L'ensemble est schématisé sur la figure ci-dessous.

R_L représente la résistance de la ligne (fil électrique) entre le générateur et la prise électrique du secteur.

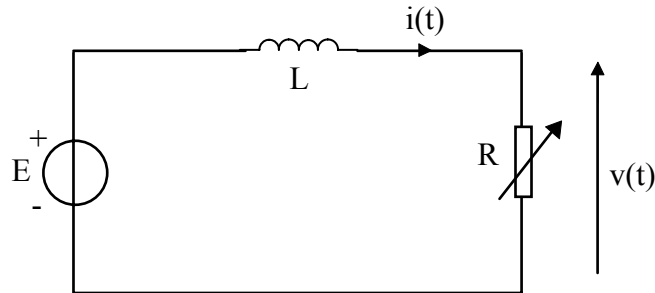


1. Exprimer littéralement les valeurs de a et b en fonction de R_L , C et la fréquence f du secteur.
2. Faire l'application numérique en exprimant le résultat avec 2 chiffres significatifs.
3. Calculer la puissance active dissipée dans \underline{Z}_c et dans R_L . L'impédance $\{R_L + \underline{Z}_c\}$ vous paraît-elle adaptée à celle du générateur ?
4. Calculer le facteur de puissance de la charge \underline{Z}_c et celui de l'installation (i.e. le facteur de puissance du montage vu du générateur e_g)
5. Quel dipôle d'impédance \underline{Z}_i peut on ajouter en série à \underline{Z}_c pour que la puissance active transmise par le générateur à l'ensemble $\{R_L + \underline{Z}_c + \underline{Z}_i\}$ soit maximum ? Calculer la valeur caractéristique de cet élément.

Données : $E_{g\text{eff}} = 230 \text{ V}$; $f = 50 \text{ Hz}$; $R_L = 5,0 \Omega$; $R_1 = 10 \Omega$; $R_g = 50 \Omega$ et $C = 320 \mu\text{F}$

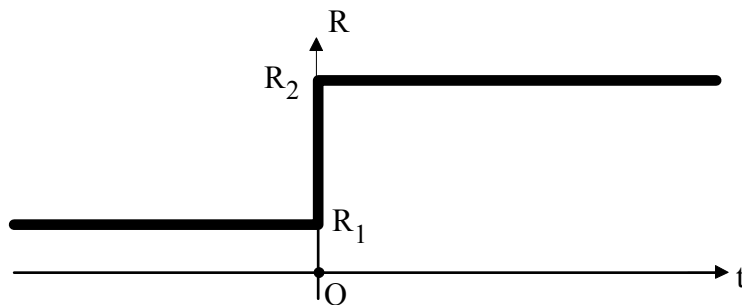
V. REGIMES TRANSITOIRES

1 - Réponses à une variation brusque de résistance



Une bobine supposée idéale, d'auto-inductance $L = 100 \text{ mH}$, est alimentée par un générateur idéal de tension continue $E = 6,00 \text{ V}$.

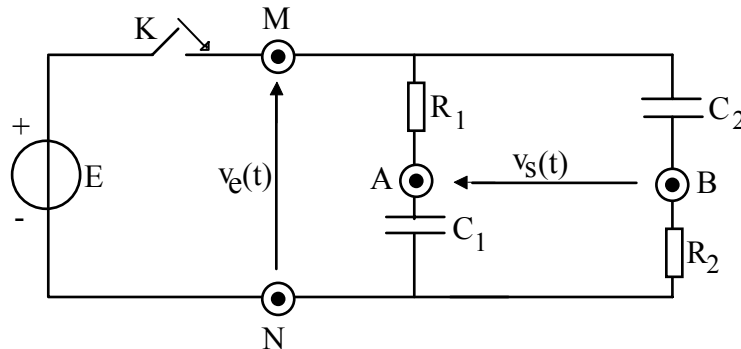
La résistance totale R du circuit, après avoir conservé pendant longtemps la valeur $R_1 = 5,00 \text{ k}\Omega$, subit sous l'effet d'une contrainte extérieure une brusque augmentation, à l'instant $t = 0$, jusqu'à une valeur $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$.



1. Ecrire l'équation différentielle qui régit le courant $i(t)$ à travers le circuit en fonction du temps, dans l'intervalle $[0, \infty]$.
2. En déduire l'expression $i(t)$.
3. Exprimer, puis donner une représentation graphique de la tension $v(t)$ aux bornes de la résistance R en fonction du temps, dans l'intervalle $[-\infty, +\infty]$.
4. Calculer la constante de temps τ de la réponse à la variation abrupte de la résistance et préciser sa signification à l'aide du graphique.

2 - Fermeture d'un interrupteur aux bornes de condensateurs

Lorsqu'une tension $v_e(t)$ est appliquée à l'entrée (M, N) du quadripôle schématisé ci-après, une tension $v_s(t)$ est mesurée aux bornes de sortie (A, B) à l'aide d'un oscilloscope idéal.

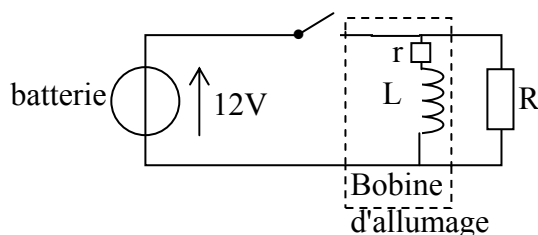


La tension appliquée est un échelon réalisé par la fermeture, à l'instant $t = 0$, d'un interrupteur K en série avec un générateur idéal de tension continue E. Antérieurement ($t < 0$) le quadripôle ne stockait aucune charge électrique.

1. Déterminer, en fonction du temps, l'évolution de la charge q_1 portée par l'armature positive du condensateur C_1 , puis de la charge q_2 portée par l'armature positive du condensateur C_2 .
2. En déduire l'évolution en fonction du temps de la tension de sortie dans l'hypothèse où les composants sont choisis de sorte que $R_1 = R_2 = R$ et $C_1 = C_2 = C$.
3. Donner une représentation graphique soignée de $v_s(t)$ en précisant les coordonnées de tous les points caractéristiques et notamment du point sur la courbe dont l'abscisse est celle de l'intersection de la tangente à l'origine avec l'asymptote.

3 - Ouverture d'un interrupteur aux bornes d'une bobine

Le circuit d'allumage d'un moteur à essence est schématisé comme suit :



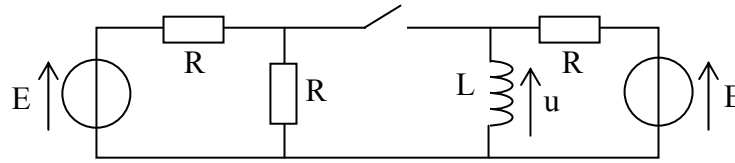
Bobine d'allumage $\begin{cases} L = 0,80 \text{ H} \\ r = 8,0 \Omega \end{cases}$

Résistance du circuit d'allumage : $R = 1,0 \text{ k}\Omega$

1. L'interrupteur est fermé, quelle est la valeur du courant I_0 dans la bobine ?
2. L'interrupteur est alors ouvert (instant $t = 0$). Quelle différence de potentiel apparaît aux bornes de R ? Quelle est sa valeur maximale ?
3. Exprimer l'énergie dissipée dans R quand $t \geq 0$.

4 - Ouverture d'un circuit avec une bobine

1. Dans le circuit suivant l'interrupteur est ouvert ; quelle est l'expression littérale du courant dans la bobine ?



2. A l'instant $t = 0$, l'interrupteur est fermé. Décrire l'évolution dans le temps de la tension u aux bornes de la bobine. Représenter $u(t)$.

5 - Oscillations d'un circuit LC

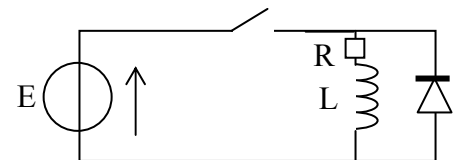
Un condensateur de capacité $C = 10 \mu\text{F}$ est chargé sous une tension $U_0 = 6 \text{ V}$. A l'instant $t = 0$, on le relie à une bobine idéale d'inductance $L = 25\text{mH}$.

1. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u(t)$ aux bornes du condensateur.
2. Déterminer $u(t)$. Exprimer et calculer la fréquence des oscillations et l'amplitude de celles-ci.
3. Déterminer $i(t)$. Quelle est l'amplitude de l'intensité ?
4. Exprimer l'énergie du condensateur et celle de la bobine à l'instant t . Que vaut l'énergie totale ? A quoi correspond-elle ? Justifier.

6 - Ouverture d'un circuit avec une bobine

Un moteur est modélisé par une résistance R en série avec une bobine d'inductance L . Il est alimenté en continu par une source idéale de tension E .

1. Le régime permanent étant établi depuis longtemps, exprimer le courant dans le circuit et l'énergie magnétique stockée dans la bobine.
2. Faire un bilan des puissances échangées par les 3 composants : source de tension, bobine et résistance.
3. Que se passe-t-il si on ouvre le circuit à l'instant t ?
4. On réalise le montage ci-contre, en montant une diode idéale en parallèle de l'ensemble bobine et résistance série ; quand l'interrupteur est fermé depuis longtemps, la diode joue-t-elle un rôle ?



5. Donner l'évolution du courant $i(t)$ dans la bobine quand on ouvre l'interrupteur. Quel est le rôle de la diode ?